Prof. Dr. Alfred Toth

Minimale und maximale Dekompositionen von Zahlenfeldern

1. Die in Toth (2015) gezeigten Dekompositionen von qualitativen Zahlenfeldern sind alles sog. minimale Dekompositionen, d.h. ein Zahlenfeld wird in nur zwei Schritten, durch die mit $\oplus$ bezeichnete qualitative Addition, dekomponiert.

1.1. Minimale Dekomposition eines adjazenten Zahlenfeldes

$$\mathrm{D}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & \emptyset \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} \emptyset & 1 \\ 2 & \emptyset \end{pmatrix}$$

In diesem Falle wird also ein adjazentes Zahlenfeld in ein adjazentes und in ein transjazentes Zahlenfeld dekomponiert.

1.2. Minimale Dekomposition eines subjazenten Zahlenfeldes

$$\mathrm{D}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & \emptyset \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset \end{pmatrix}$$

In diesem Falle wird ein subjazentes Zahlenfeld in ein subjazentes und in ein transjazentes Zahlenfeld dekomponiert.

1.3. Minimale Dekomposition eines transjazenten Zahlenfeldes

$$\mathrm{D}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \emptyset \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix}$$

In diesem Falle wird ein transjazentes Zahlenfeld in ein transjazentes und in ein subjazentes Zahlenfeld dekomponiert.

$$\mathrm{D}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ \emptyset & \emptyset \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & \emptyset \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix}$$

In diesem Falle wird ein transjazentes Zahlenfeld in ein adjazentes und in ein transjazentes Zahlenfeld dekomponiert. Da die qualitative Addition für

Raumfelder kommutativ ist, sind damit beide Möglichkeiten im Falle von transjazenten Zahlenfeldern durchgespielt.

Der ebenfalls in Toth (2015) aufgestellte zugehörige Satz der qualitativen Arithmetik lautet

SATZ. Jede Dekomposition eines ontisch n-stelligen Zahlenfeldes mit (n-1)-stelliger Belegung ontischer Leerstellen involviert eine arithmetische Transjazenzrelation.

2. Allerdings kann man Zahlenfelder auch maximal zerlegen. Im Sinne eines Lemmas zum obigen Satz ergibt sich, daß man n-stellige Zahlenfelder in (n-1) 1-stellige Zahlenfelder dekomponiert. Für P = (0, 1, 2) ergeben sich damit drei qualitative Summanden. Für die obigen Beispiele haben wir dann die folgenden Möglichkeiten.

2.1. Maximale Dekomposition eines adjazenten Zahlenfeldes

$$D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & Ø \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ø & 1 \\ Ø & Ø \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & Ø \\ Ø & Ø \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} Ø & Ø \\ 2 & Ø \end{pmatrix}$$

2.2. Maximale Dekomposition eines subjazenten Zahlenfeldes

$$D \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & Ø \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ø & 2 \\ Ø & Ø \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & Ø \\ Ø & Ø \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} Ø & Ø \\ 1 & Ø \end{pmatrix}$$

2.3. Maximale Dekomposition eines transjazenten Zahlenfeldes

$$D \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ Ø & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ø & 2 \\ Ø & Ø \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & Ø \\ Ø & Ø \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} Ø & Ø \\ Ø & 1 \end{pmatrix}$$

Im Gegensatz zur minimalen Dekomposition ist auch diejenige transjazenter Zahlenfelder bei maximaler Dekomposition eindeutig.

Literatur

Toth, Alfred, Dekomposition von Zahlenfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

24.5.2014